

Лекция 4.

Приближение парных столкновений плазменных частиц. Столкновительные характеристики.

Цель. Дать определения для столкновительных характеристик, таких как дифференциальное сечение, полное сечение, прицельный параметр и др.

Прежде чем перейдем к кулоновскому рассеянию, рассмотрим более простую задачу: упругое столкновение двух твердых шариков одинакового радиуса a (рис.4.1). Задача об упругом столкновении двух тел, сводится к задаче о рассеянии одной частицы с приведенной массой $m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$ в поле неподвижного силового центра. Сведение осуществляется переходом к системе координат, в которой покоится центр инерции обеих частиц. Далее мы пользуемся везде системой координат, связанной с центром инерции, под m подразумевается приведенная масса, а под v - относительная скорость. Пусть шарик 2 налетает на покоящийся шарик 1 и отклоняется от первоначального направления движения на угол θ , называемого углом рассеяния.

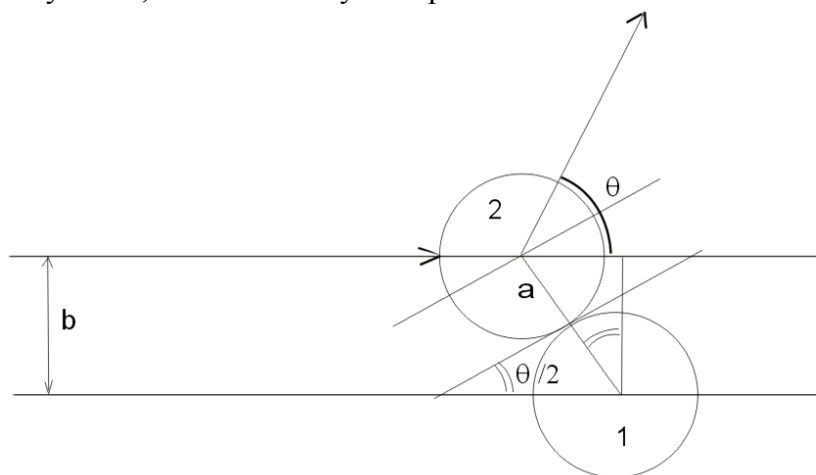


Рис.4.1 Столкновение твердых шариков

Как видно из рисунка, угол рассеяния зависит от того, насколько прямо частицы столкнулись, т.е. от расстояния b между центрами частиц до столкновения. Это расстояние называется прицельным параметром. Найдем связь между углом рассеяния и прицельным параметром. Из того же рисунка видно, что

$$\cos \frac{\theta}{2} = \frac{b}{2a}, \quad (4.1)$$

откуда следует, что

$$b(\theta) = 2a \cos \frac{\theta}{2}. \quad (4.2)$$

Пусть $b_1 = 2a \cos \frac{\theta_1}{2}$ - фиксированная величина прицельного параметра. Ясно, что налетающие частицы с прицельным параметром меньшим b_1 будут отклоняться на угол больше чем θ_1 . Исходя из этого, введем определение поперечного сечения рассеяния, в геометрическом смысле представляющего собой площадь круга радиуса b_1 :

$$S(\theta_1) = \pi b_1^2 = 4\pi a^2 \cos^2 \frac{\theta_1}{2}.$$

Пусть на рассеивающий центр падает поток частиц с однородным распределением плотности по сечению, тогда функция

$$S(\theta) = \pi b^2(\theta) \quad (4.3)$$

определяет вероятность того, что некоторые налетающие частицы рассеются на предельный угол θ и углы больше чем θ . При увеличении предельного θ наблюдается уменьшение $S(\theta)$, так как для больших углов рассеяния требуются малые значения прицельных параметров, т.е. малое поперечное сечение.

Дадим определение дифференциальному поперечному сечению $dq = q(\theta)d\theta$, это площадь узкого кольца, находясь в котором, налетающие частицы отклоняются в раствор углов от θ до $\theta + d\theta$:

$$q(\theta) = \left| \frac{dS(\theta)}{d\theta} \right| = 2\pi b \left| \frac{db(\theta)}{d\theta} \right| \quad (4.4)$$

Для модели твердых шаров нетрудно найти

$$q(\theta) = 2\pi a^2 \sin\theta.$$

Часто представляет интерес нахождение дифференциального сечения рассеяния на единицу телесного угла, для аксиально симметричных задач равного

$$\sigma(\theta) = \frac{dq}{d\Omega} = \frac{q(\theta)d\theta}{2\pi \sin\theta d\theta} = \frac{q(\theta)}{2\pi \sin\theta}. \quad (4.5)$$

Для модели твердых шаров $\sigma(\theta) = a^2$.

Полное поперечное сечение рассеяния определяется как вероятность частицы рассеяться на любой угол, отсюда

$$\Sigma = \int dq = \int_0^\pi q(\theta) d\theta \quad (4.6)$$

И наконец, введем величины порядка:

$$\Sigma_{tr}^{(k)} = \int (1 - \cos^{(k)} \theta) dq = \int_0^\pi q(\theta) (1 - \cos^{(k)} \theta) d\theta \quad (4.7)$$

Сечение

$$\Sigma_{tr}^{(1)} = \int (1 - \cos \theta) dq = \int_0^\pi q(\theta) (1 - \cos \theta) d\theta \quad (4.8)$$

называют транспортным, или диффузионным сечением. Это связано с тем, что множитель $(1 - \cos\theta)$ определяет потерю направленной скорости частицы при упругом рассеянии. Все определения поперечных сечений рассеяний (4.3) – (4.8) остаются справедливыми для любого типа взаимодействия. Таким образом, для любого потенциала взаимодействия можно найти все интересующие типы сечений рассеяния, если возможно определить связь между прицельным параметром и углом рассеяния. Ясно, что такую зависимость можно найти, оставаясь только в рамках классического описания, т.к. она однозначно определяет траекторию частицы.

Литература:

1. Биберман Л.М., Воробьев В.С., Якубов И.Т. Кинетика неравновесной низкотемпературной плазмы. М.: Наука, 1982.
2. Митчнер М., Кругер Ч. Частично ионизованные газы. М.: Мир. 1976.
3. Гиршфельдер Д., Кертисс Ч., Берд Р. Молекулярная теория газов и жидкостей. М.: ИЛ. 1961.
4. Смирнов Б.М. Физика слабоионизованного газа. М.: Наука, 1978.
5. Мэзон Е., Вандерслайс Дж. Атомные и молекулярные процессы. п.р. Бейтса. М.:Мир, 1964.

6. Месси Г., Бархоп Е. Электронные и ионные столкновения. М., 1971.
7. Ландау Л.Д, Лифшиц Е.М.. Квантовая механика. М.: Наука,1974.
8. Смирнов Б.М. Атомные столкновения и элементарные процессы в плазме. М.: Атомизд., 1968.
9. Эбелинг В., Крефт В., Кремп Д. Теория связанных состояний и ионизационного равновесия в плазме и твердом теле 1979г., с.50-52.